

Streetwise

Mladen Latković*

Zavod za teorijsku fiziku, Prirodoslovno-matematički fakultet

Uvod

Projekt Manhattan je po prvi puta razotkrio moć znanja koju posjeduju fizičari što je kasnije imalo značajan utjecaj na teorijska i tehnološka dostignuća druge polovine 20. stoljeća. Potkraj 20. stoljeća Manhattan je opet u središtu događanja, no ovaj put cilj više nije osvojiti svijet već samo jednu ulicu - *Wall Street*, centar svjetskih financijskih tokova. I ovaj put pobjeđuju oni koji posjeduju odvažnost da svoje znanje primjene do krajnjih granica ljudskih i tehnoloških mogućnosti. S dnevnim prometom koji se mjeri bilijunima dolara, transakcijama koje odvijajući se u sekundama donose milijunske dobiti, ljudskim potencijalom dostojnim najvećih znanstvenih centara, istraživanjem i razvojem koji stoji stotine milijuna dolara te računalnom podrškom koja stoji uz bok najvećih superračunalnih centara, Wall Street je danas postao ogroman stroj za stvaranje novca.

Kao i u svim segmentima ljudskih djelatnosti koje se bave znanjem i tehnologijom, i ovdje fizičari zauzimaju posebno mjesto. U centru zanimanja je prije svega izrada modela kojima se procjenjuje vrijednost složenih financijskih instrumenata, predviđanje kretanja cijena vrijednosnica, pronalaženje dobitnih strategija, te provođenje mjera za kontrolu rizika. Metode koje se koriste nimalo se ne razlikuju od onih koje se susreću u modernoj teorijskoj fizici, od stohastičkog poimanja realnosti do korištenja Feynmanovih integrala po putanjama. Za razliku od akademske zajednice gdje se rezultati istraživanja objavljuju javno, detalji dobitnih strategija kojima Wall Street stvara novac, kao i način njihovog provođenja u praksi, obavijeni su velom tajne.

U zadnjih nekoliko godina pojavila se i posebna znanstvena grana fizike, tzv. ekonofizika, koja pokušava opisati dinamiku tržišta kapitala i naći univerzalne zakone za njihov opis. S druge strane postoji financijska ekonomija koja već pola stoljeća intenzivno studira pojave na tržištima kapitala. Koje su dodirne točke tih dviju znanstvenih disciplina te pridonosi li ekonofizika nešto novoga u pogledu shvaćanja dinamike tržišta kapitala? U ovom radu opisat ćemo osnove ekonomije tržišta kapitala od nasumičnog hoda duž Wall Streeta, moderne teorije portfelja, pa sve do raznih izvedenih financijskih instrumenata. Usput ćemo pokušati naznačiti neke fundamentalne probleme s kojima se susreću istraživači u nastojanju da modeliraju kompleksni sustav tržišta kapitala.

* Autor je magistar znanosti iz područja teorijske fizike, asistent na Zavodu za teorijsku fiziku PMF-a, Sveučilišta u Zagrebu. Adresa: *Zavod za teorijsku fiziku Prirodoslovno-matematički fakultet Sveučilište u Zagrebu Bijenčka 3210000 Zagreb*
E-mail: *laci@phy.hr*
Tel: 01-460-5559

1. Random walk down Wall Street

On Wall Street, the term “random walk” is an obscenity. ... Taken to its logical extreme, it means that a blindfolded monkey throwing darts at a newspaper’s financial pages could select portfolio that would do just as well as one carefully selected by the experts.

Burton G. Malkiel

Dionica je vrijednosni papir kojim se stječe vlasništvo nad nekim poduzećem, a vlasnik dionice ima pravo na dio dobiti kojeg poduzeće ostvaruje. Obveznice su financijski instrumenti kojima se financira dug. Njih mogu izdavati države ili poduzeća kako bi mogli financirati poslovanje. Izdavalatelj obveznice se obavezuje da će isplatiti glavnici i kamate kupcu obveznice u određenom razdoblju i to uglavnom ne kraćem od nekoliko godina. Novac je također vrijednosnica, a vrijednost neke valute utvrđuje se na osnovu tečaja prema drugim valutama.

Vrijednosnicama se trguje na organiziranim tržištima - burzama, a najpoznatije i najveće se nalaze u New Yorku, Chicagu, Londonu, Parizu i Frankfurtu. Svaka država posjeduje vlastito tržište kapitala, pa tako postoji i Zagrebačka burza u Hrvatskoj. Pravila na organiziranim tržištima kapitala vrlo su stroga i propisana odgovarajućim zakonima, a za njihovo poštivanje brinu se posebne agencije za nadzor. Pogledajmo primjer dnevnog izvještaja o trgovanju nekim vrijednosnicama na Zagrebačkoj burzi na dan 11. svibnja 2001. godine.

Total Turnover 5.930.454,94 Kn **CROBEX**® 991,1 1,07%
Ukupni promet

Quotation I / Kotacija I

Security Vrijednosni papir	Offers Ponude		Trades Transakcije							365 Days 365 Dana		P/E	Div. Yield Div. prinos
Ticker	Bid Kupnja	Ask Prodaja	Low Najniža	High Najviša	Close Zadnja	Volume Količina	Turnover in HRK Promet u Kn	Net Change Promjena cijene	Market Cap. Tr. kapital. mil. HRK	Year Low Najniža	Year High Najviša		
PLVA-R-A	495,00	498,00	488,00	495,00	495,00	4.115	2.034.134,60	1,43%	10.003,7	410,00	538,99	10,2	2,0%

Earnings per share refer to period from 1.7.1999 to 30.06.2000, while dividend is for year 1999

Bonds / Obveznice

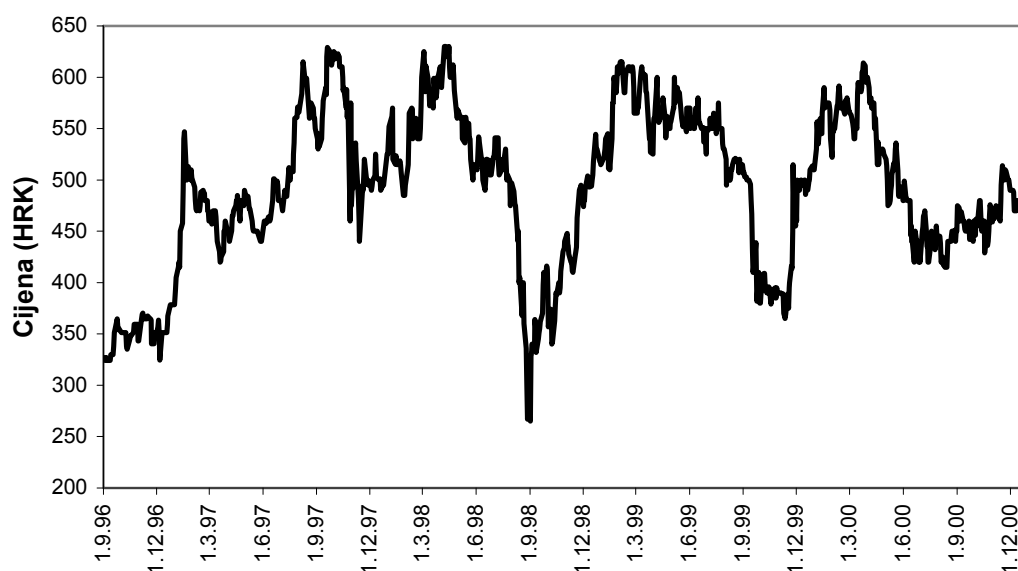
Ticker	Offers Ponude		Trades Transakcije									
	Bid Kupnja	Ask Prodaja	Low Najniža	High Najviša	Close Zadnja	Volume Količina	Turnover in HRK Promet u Kn	Current Yield Tekući prinos	Maturity Dospijeće	Interest Kamata	Par Value Nominala	Type Tip
DAB-O-05CA	103,00	104,75	103,75	103,75	103,75	10.000	76.746,78	8,07%	19.12.2003	8,38%	1 EUR	Obična

Tablica 1: Izvještaj o trgovanju nekim vrijednosnicama na Zagrebačkoj burzi na dan 11. svibnja 2001.

U tablici je navedeno nekoliko cijena za svaku dionicu. To su prije svega cijena ponude i potražnje, najmanja i najveća postignuta cijena tog dana, te zaključna cijena dionice. Nakon cijena stoji podatak o broju protrgovanih dionica i ukupnoj novčanoj

vrijednosti svih transakcija dionicom u toku dana. Izvještaj još sadržava neke usputne podatke kao što je postotna promjena cijene u odnosu na zaključnu cijenu prethodnog dana trgovanja, najveću i najmanju cijenu dionice u proteklih godinu dana, te zaradu poduzeća po dionici. Za obveznice je navedena nominalna kamatna stopa, te trenutna kamatna stopa koja se dobiva na osnovu cijene same obveznice.

Na slici 1 možemo vidjeti kretanje cijene dionice Plive u razdoblju od rujna 1996. godine pa sve do kraja 2000. godine.



Slika 1: Cijena dionice Plive na Zagrebačkoj burzi u razdoblju od rujna 1996. godine do kraja 2000. godine.

Na slici jasno uočavamo razdoblja porasta cijene, kao i naglog pada. Ono čemu teže svi vlasnici dionica je trend rasta kojeg bi cijena dionice trebala dugoročno pokazivati. No, isto tako je zanimljivo primijetiti da se vrlo velike zarade mogu ostvariti ukoliko se predvide trenuci pada cijene i njezinog ponovnog uspona, a koji su vrlo česti. S obzirom da se trenuci pada i porasta cijene ne događaju u pravilnim razmacima, štoviše, čine se potpuno slučajnim, nije teško razumjeti zašto je predviđanje cijena zahtjevan posao.

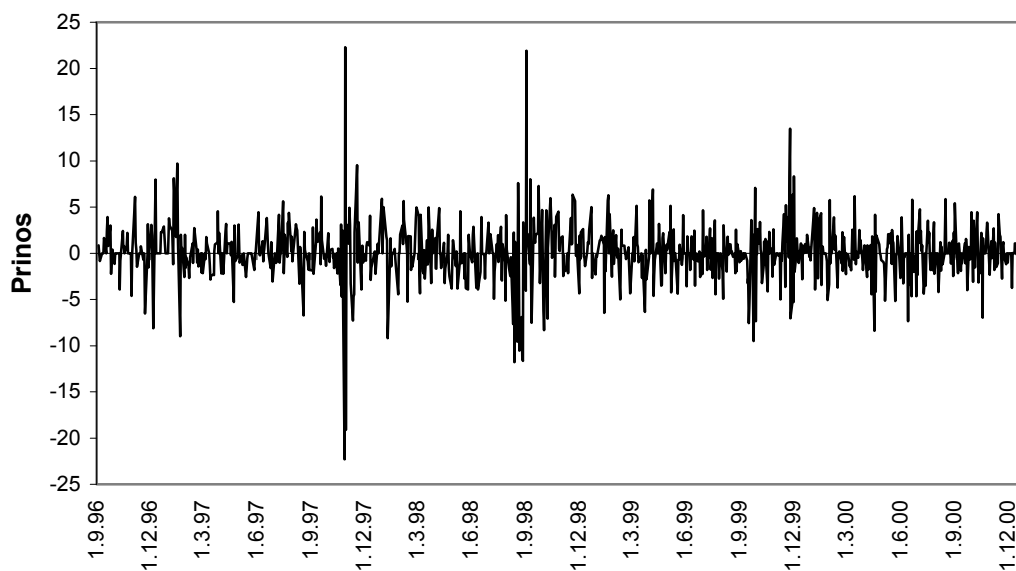
U analizama se ne koriste cijene dionica zbog njihove karakteristike da imaju trend rasta ili pada. Stoga se promatraju relativne promjene cijena ili prinosi. Prinosi mogu biti definirani na dva načina, a to su postotni i logaritamski. Postotni prinos dan je izrazom:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}},$$

gdje je P_t cijena dionice u trenutku t , a P_{t-1} cijena u prethodnom trenutku. Ako cijena dionice poraste sa 100 kuna na 110 kuna između dva uzastopna dana trgovanja, prinos će biti jednak 10%. Primijetimo da najviše što možemo izgubiti (100 kuna) daje prinos od -100% dok je u principu najveća moguća zarada ovdje beskonačna. Logaritamski prinosi definirani su na osnovu logaritma omjera cijena:

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

Razlike između postotnih i logaritamskih prinosa vrlo su male za dnevne promjene cijena, a postaju sve veće kako promatramo duža razdoblja. Logaritamski prinos ima simetrično područje definicije, tj. ide u rasponu od $(-\infty, +\infty)$. On je pogodniji za analize zbog mogućnosti modeliranja promjena cijena putem slučajnog hoda (*random walk*). Dnevni prinosi dionice Plive prikazani su na slici 2.



Slika 2: Dnevni prinosi dionice Plive na Zagrebačkoj burzi u razdoblju od rujna 1996. godine do kraja 2000. godine.

Slika 2 jasno nam pokazuje stohastičku prirodu promjene cijena. Dvije veličine karakteriziraju svake empirijske podatke za koje pretpostavljamo da su stohastičkog porijekla, a to su prosječna vrijednost μ čija definicija glasi:

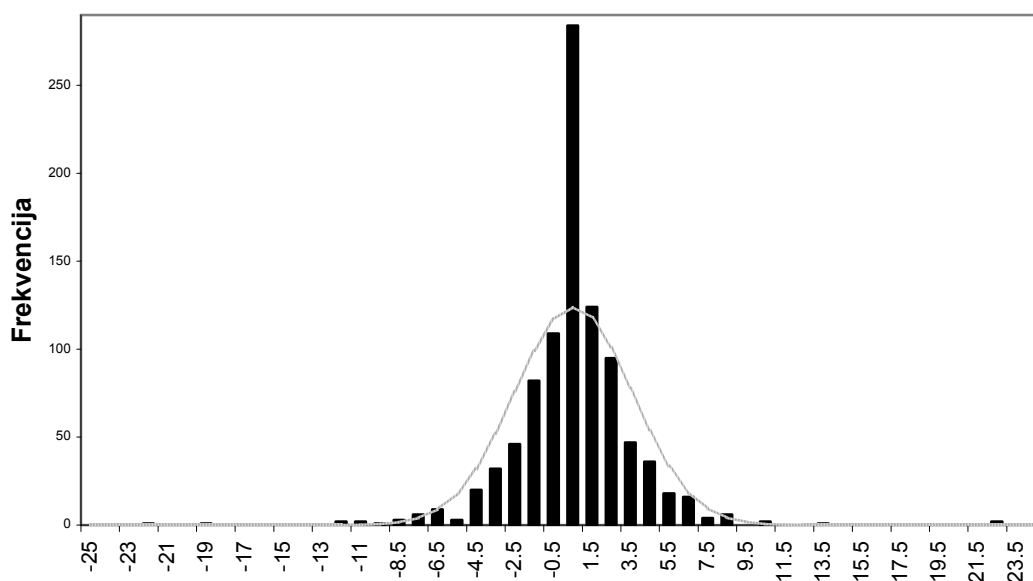
$$\mu_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{it}, \quad (1)$$

gdje je T vremensko razdoblje u kojem promatramo prinose, te prosječno kvadratno odstupanje od prosječne vrijednosti ili standardna devijacija σ definirana izrazom:

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (R_{it} - \mu_i)^2. \quad (2)$$

Promotrimo na slici 3 kako izgleda raspodjela logaritamskih prinosa dionice Plive u promatranom razdoblju. Na istoj slici također je prikazana raspodjela koja opisuje slučajne događaje, a to je Gaussova ili normalna raspodjela, a koja ima istu vrijednost prosječnog prinosa i standardne devijacije kao i empirijski podaci. Vidimo da Gaussova raspodjela vrlo dobro opisuje empirijske podatke osim u centralnom dijelu, te u krajnjim područjima raspodjele (Mandelbrot, 1963; Fama, 1965). Neki od ekstremnih prinosa koji jako odstupaju od Gaussove raspodjele uzrokovani su događajima kao što su “burzovni slomovi” koji su se dogodili krajem listopada 1997. (azijska kriza) i u rujnu 1998. godine (ruska kriza). Pojava zadebljanih krajeva (*fat tails*) ukazuje na povećanu vjerojatnost pojave ekstremno velikih pozitivnih prinosa,

ali i ekstremno velikih negativnih prinosa. Ukoliko u analizama koristimo tjedne ili mjesečne prinose, raspodjele postaju sve bolje opisane Gaussovom raspodjelom.



Slika 3: Raspodjela dnevnih prinosa dionice Plive na Zagrebačkoj burzi u razdoblju od rujna 1996. godine do kraja 2000. godine.

Za još kraća razdoblja u kojima se mogu promatrati prinosi (sati, minute), raspodjele prinosa pokazuju sve jače zadebljane krajeve. Ova činjenica navela je mnogobrojne istraživače na zaključak da prinosi dionica nisu slučajni na način kako to opisuje zakon velikih brojeva. Jedan od zadataka ekonofizike je upravo objasniti način na koji se mogu opisati raspodjele prinosa (Mantegna and Stanley, 2000; Bouchaud and Potters, 2000). Nažalost, većina analiza zanemaruje dvije vrlo važne činjenice. Prva je da standardna devijacija nije konstantna u vremenu (Campbell *et al.*, 1997; Šestović i Latković, 1998) čime se u principu uspoređuju prinosi koji se odnose na različite raspodjele. Za ispravnu analizu potrebno je podijeliti prinose sa standardnom devijacijom koja se mijenja u vremenu i tako dobiti standardizirane prinose. Raspodjela tada ne odstupa tako drastično od Gaussove na njezinim krajevima. Druga činjenica je da se cijene dionica u vrlo kratkim razdobljima bilježe s većom greškom nego cijene na dužim razdobljima (Latković, 2001).

Postoji i jedan problem koji nije tehničke prirode, a kojeg istraživači često zanemaruju. Promotrimo argumente protiv Gaussove raspodjele prinosa koje je iznio Mandelbrot u jednom od svojih posljednjih radova (Mandelbrot, 1999). 17 rujna 1998. godine cijena dionice Alcatela pala je u jednom danu za gotovo 40%. Alcatel je upravo bio objavio izvještaj o padu zarade u proteklom tromjesečju. Povijesno gledano bio je to događaj koji se po zakonima vjerojatnosti trebao dogoditi jednom u više milijardi godina ako se promatra povijesna standardna devijacija dnevnih prinosa dionice Alcatela koja je iznosila 3.2%. Ključni dokaz da cijene dionica ne slijede nasumičan hod? Možda da za onoga tko je sav svoj novac uložio u Alcatel. No, promotrimo investitora koji posjeduje dionice različitih poduzeća, tj. posjeduje portfelj dionica. Pretpostavimo da on drži jednake udjele u 20 različitih dionica uključujući i dionice nesretnog Alcatela (udio Alcatela u portfelju tada iznosi 5%). Pretpostavimo li da se cijena ostalih 19 dionica u jednom danu nije značajno

promijenila, možemo zaključiti da je investitor izgubio samo oko 2% vrijednosti portfelja! Povijesno gledano, takav događaj može se očekivati jednom u par mjeseci što se i opaža.

Sve ovo nas vodi na zaključak da nije dobro *držati sva jaja u jednoj košari* kako su to odavna primijetili investitori. No, kako odabrati košare, tj. dionice? Sve do 1952. godine nije postojao odgovor na ovo pitanje. No, obrana jednog doktorata na sveučilištu u Chicagu, a koja je dovedena u pitanje samo zbog toga što komisija nije znala u koju znanstvenu disciplinu smjestiti rad, vodi nas na početak rađanja ekonomije tržišta kapitala.

1. Markowitzeva teorija optimizacije portfelja

Harry, you have a problem. It's not Economics; it's not Business Administration; it's not Mathematics.

Milton Friedman

Teorija portfelja koju je razvio Harry Markowitz jedan je od ključnih elemenata koji pomaže investitorima da odaberu skup dionica koji će davati što veći prinos portfelja uz željenu razinu rizika (Markowitz, 1952). Prinos portfelja sastavljenog od N dionica dan je sumom prinosa pojedinih dionica u portfelju pomnoženih s njihovim udjelima w_i :

$$R_P = \sum_{i=1}^N w_i R_i \quad (3)$$

Za rizik pojedine dionice koristi se standardna devijacija, a rizik portfelja dan je izrazom:

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N w_i w_j \sigma_{i,j} \quad (4)$$

gdje je σ_{ij}^2 kovarijanca između prinosa različitih dionica:

$$\sigma_{i,j}^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (R_{it} - \mu_i)(R_{jt} - \mu_j) \quad (5)$$

Donošenje odluke o odabiru dionica, tj. pronalaženje najpovoljnijih udjela w_i , vrši se na osnovu funkcije korisnosti U . Markowitz je pretpostavio da je korisnost to veća što je prinos portfelja veći, a manja što je rizik portfelja veći. Za funkciju korisnosti odabrao je vrlo jednostavan izraz:

$$U = A \cdot R_P - \frac{1}{2} \sigma_P^2 \quad (6)$$

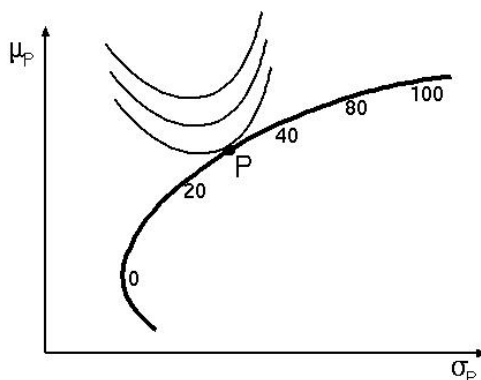
gdje je A tzv. faktor tolerancije rizika koji govori o tome koliki je rizik investitor voljan podnijeti, tj. on je mjera koliko investitor želi imati jedinica prinosa po jedinici rizika. Suma svih udjela w_i mora biti jednaka jedinici:

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1 \quad (7)$$

Također, pretpostavit ćemo da su svi udjeli w_i pozitivne veličine.

Problem kojeg treba riješiti je pronalaženje udjela w_i koji zadovoljavaju jednadžbu (7) i maksimiziraju funkciju korisnosti U danu jednadžbom (6) uz dani skup ulaznih parametara, a to su *očekivani* prinosi R_i , rizici σ_i , kovarijance između dionica σ_{ij} , te faktor tolerancije rizika A . To je problem kvadratnog programiranja do

čijeg se rješenja $\{w_i\}$ dolazi rješavanjem skupa linearnih jednadžbi ili numeričkim putem. Pretpostavimo da je investitor odredio sve potrebne ulazne parametre za optimizaciju, tj. očekivane prinose i standardne devijacije svih dionica, te kovarijance između dionica. Maksimizacijom funkcije U , uz zadani faktor tolerancije rizika A , dobiva se skup udjela $\{w_i(A); i=1, \dots, N\}$ koji predstavljaju optimalni portfelj. Na osnovu jednadžbi (3) i (4) izračuna se očekivani prinos portfelja R_P i rizik σ_P koji predstavljaju jednu točku u prostoru (σ_P, R_P) . Promjenom faktora A dobiva se niz točaka koje naposljetku daju krivulju koja se zove efikasna granica, a prikazana je na slici 4.



Slika 4: Efikasna granica.

Brojevi uz efikasnu granicu pokazuju vrijednosti parametra A (tako se za $A=0$ dobiva portfelj s minimalnim rizikom). Svi portfelji koji leže na efikasnoj granici su optimalni portfelji u smislu prinosa i rizika. Koji portfelj odabire investitor ovisi o njegovoj toleranciji rizika, tj. o faktoru A . Na slici 4 je prikazana točka dodira, P , jedne od krivulja gdje funkcija U ima konstantnu vrijednost s efikasnom granicom. Investitor upravo odabire optimalan portfelj koji se nalazi u točki P .

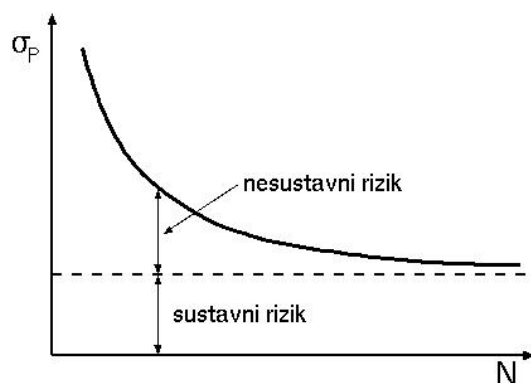
Do značajnog smanjenja rizika, a to je upravo najvažniji doprinos Markowitzove teorije, dolazi tek nakon što se u portfelj uključi više od 15 do 20 dionica, ali uz pretpostavku da su očekivani rizici svih dionica isti, te da su njihove međusobne korelacije jednake nuli. Rizik portfelja tada je dan izrazom:

$$\sigma_P = \frac{\sigma_i}{\sqrt{N}}, \quad (8)$$

tj. za $N=25$ rizik portfelja smanji se za petinu rizika pojedine dionice u portfelju. Ovim postupkom postiglo se smanjenje rizika što se naziva diverzifikacija rizika. Kako je na razvijenim tržištima kapitala teško naći dionice s korelacijom nula (a pogotovu s negativnim korelacijama), u principu nije moguće eliminirati rizik dodavanjem sve većeg broja dionica te se dobiva samo određeno smanjenje rizika portfelja. Na slici 5 prikazano je smanjenje rizika portfelja dodavanjem sve većeg broja dionica, te pojavu sustavnog ili tržišnog rizika kojeg nije moguće otkloniti diverzifikacijom.

Moderna teorija portfelja koju je postavio Markowitz vodi na zaključak da niti jedan investitor nije u mogućnosti ostvariti bolji omjer prinosa i rizika u odnosu na omjer prinosa i rizika tržišta. Danja razmatranja vode na uvjet ravnotežne na tržištu kapitala kojeg je postavio William Sharpe (Sharpe, 1964). Prinos tržišta obično se mjeri putem nekog tržišnog indeksa kojeg čine dionice velikog broja poduzeća (Dow Jones, SP-500, FTSE-100, DAX, CROBEX). Za radove na teoriji optimizacije

portfelja i postavljanju uvjeta ravnoteže na tržištu kapitala Harry Markowitz i William Sharpe dobili su 1990. godine Nobelovu nagradu za ekonomiju.



Slika 5: Smanjenje rizika portfelja dodavanjem sve većeg broja dionica.

U praksi se investitori susreću s mnogim poteškoćama u praktičnoj primjeni Markowitzove teorije. Svi ulazni parametri u optimizaciji portfelja moraju se predvidjeti što neizbježno unosi pogreške u račun. Postupak optimizacije često dovodi do toga da neke dionice poprime maksimalno dozvoljene udjele, a druge vrlo brzo bivaju izbačene iz efikasnih portfelja. Može se reći da je optimizacija postupak koji maksimizira pogreške ulaznih parametara (Michaud, 1998). Djelomično rješenje tog problema može se postići uvođenjem ograničenja na udjele w_i . Uobičajeni postupak je da se osigurava prisustvo određenog broja dionica u portfelju. Ovdje je ekonofizika pokazala svoju korisnost iskorištavajući neka svojstva neuređenih sistema za postavljanje uvjeta oblika:

$$\sum_{i=1}^N w_i^2 = \frac{1}{N_{ef}}, \quad (9)$$

gdje je N_{ef} tzv. efektivni broj dionica u portfelju (Bouchaud and Potters, 2000). Ovakav uvjet općenito vodi na bolje ponašanje udjela s promjenom faktora tolerancije rizika A (Latković i Boršić, 2000).

2. Black-Scholesov model vrednovanja opcija

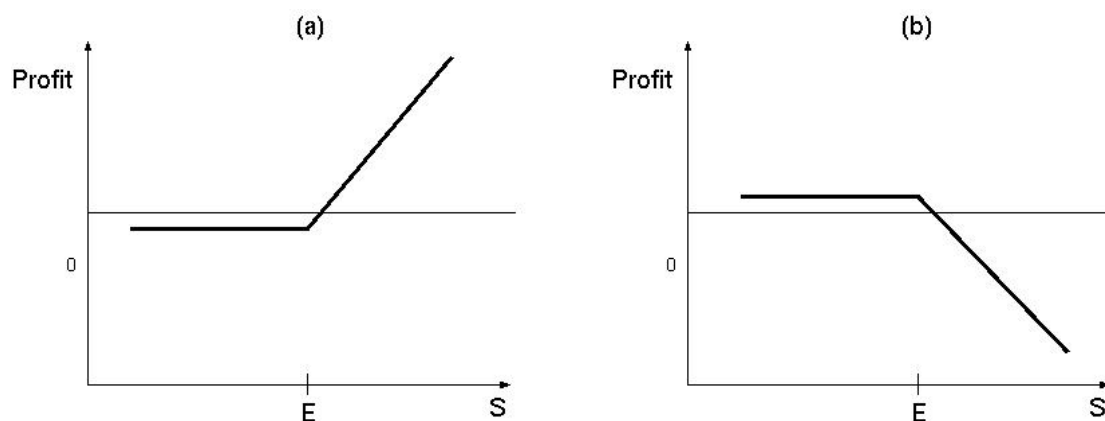
In 1975 I crammed the Black-Scholes formula into a TI-52 handheld calculator, which was capable of giving me one option price in about thirteen seconds. It was pretty crude, but in the land of the blind, I was the guy with one eye.

Joe Ritchie

Opcije su složeni financijski instrumenti koji se izvode iz neke vrijednosnice, a to mogu biti dionice, obveznice, kamatne stope, robe (nafta, kava, žito, plemeniti metali) pa čak i meteorološke varijable (broj sunčanih dana, srednja dnevna temperatura). Opcija na dionicu je ugovor koji omogućuje kupnju ili prodaju dionice trenutne vrijednosti S (*spot price*) u nekom budućem razdoblju T (*maturity, expiration date*) za određenu cijenu E (*exercise price, strike price*) koju nazivamo udarnom cijenom ili cijenom izvršenja. Dva su osnovna tipa opcija, tzv. kupovna (*call*) i prodajna (*put*) opcija. Kupovna opcija daje pravo kupcu opcije da kupi dionice na dan

izvršenja (T) po ugovorenoj cijeni E . Kupac opcije će ostvariti profit ako je cijena dionice u trenutku izvršenja $S > E$, tj. izvršit će opciju i tako dobiti dionicu po cijeni E , te ju zatim prodati na tržištu po većoj cijeni S . Ostvareni profit u trenutku izvršenja, tj. trenutna vrijednost kupovne opcije, iznosi $C = S - E$. Prodajna opcija daje pravo kupcu takve opcije da proda dionicu na dan izvršenja (T) po ugovorenoj cijeni E i ostvari profit ako je $S < E$. Opcije koje se izvršavaju u točno određeno vrijeme zovu se europske opcije, dok se opcije američkog tipa mogu izvršiti u bilo kom trenutku. Nadalje, može se pokazati da je dovoljno promatrati samo jednu vrstu opcija stoga se u daljnjim razmatranjima ograničavamo samo na kupovne opcije.

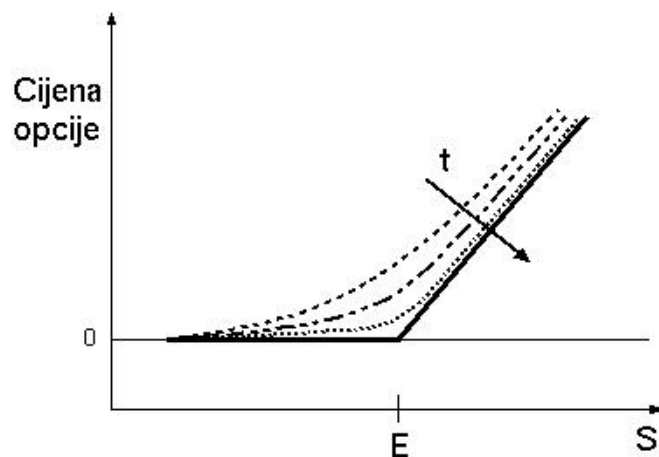
S obzirom da prodavatelj kupovne opcije ima obavezu izvršenja opcijskog ugovora, dok kupac opcije nema tu obavezu ako cijena dionice padne ispod ugovorene vrijednosti, kupac opcije mora pratiti premiju C (vrijednost opcije) prodavatelju. Sve što kupac opcije može izgubiti je iznos premije C ako se opcija ne izvrši. Slika 6 pokazuje profit kupca i prodavatelja kupovne opcije u ovisnosti o cijeni dionice u trenutku izvršenja. Za kupca opcije gubitak može iznositi najviše za vrijednost opcije C , dok je za prodavatelja on u principu beskonačan.



Slika 6: Profit kupovne opcije za kupca (a) i prodavatelja (b) u ovisnosti o cijeni dionice u trenutku izvršenja.

Koliko iznosi opcijska premija u nekom vremenu t prije izvršenja opcije ovisit će o trenutnoj cijeni dionice S , ugovorenoj cijeni dionice E , vremenu do isteka ugovora t , kamatnoj stopi bezrizične vrijednosnice r , te riziku (volatilnosti) same dionice σ . Osnovni problem je upravo određivanje pravedne cijene opcije C . Napomenimo da se opcijom može trgovati za vrijeme njezina života, tj. može ju se prodati zajedno s njezinim pravima.

Prvi opcijski ugovori nisu novijeg datuma, štoviše, potječu iz vremena Babilona, a pisani zapisi o njima stari su oko 3800 godina. Problem vrednovanja opcija bio je nerazjašnjen sve do 1973. godine kada su Fischer Black i Myron Scholes pronašli rješenje za vrijednost opcije europskog tipa (Black and Scholes, 1973). Odmah nakon njihovog otkrića Robert Merton pronalazi elegantan način za izvod cijene opcija (Merton, 1973). Ispostavilo se da je Black-Scholesova jednadžba ekvivalentna jednadžbi difuzije koja se vrlo često susreće u fizikalnim pojavama. Kako za jednadžbu difuzije postoji analitičko rješenje, time se i vrijednost europskih opcija može napisati u analitičkom obliku što je poznato kao Black-Scholesova formula. Na slici 7 prikazana je cijena opcije u ovisnosti o cijeni dionice od početnog trenutka do trenutka izvršenja.



Slika 7: Cijena kupovne opcije u ovisnosti o cijeni dionice u različitim trenucima.

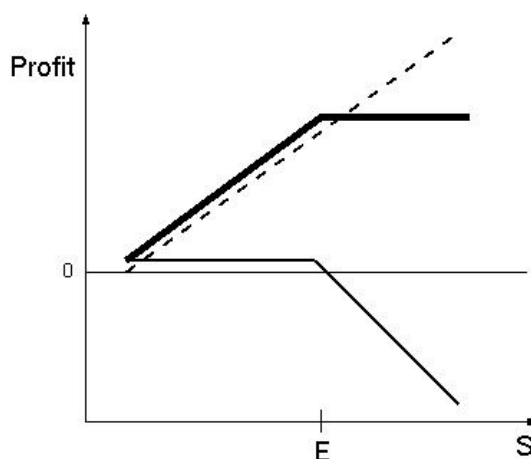
Sljedeći problem kojeg je trebalo riješiti je pronaći vrijednost za američke opcije koje se mogu izvršiti u bilo kom trenutku prije isteka opcijskog ugovora. Rješenje problema vrednovanja tih opcija riješili su John Cox i Stephen Ross (Cox and Ross, 1976) koristeći metodologiju Feynmanovih integrala po putanjama. Uz pomoć Marka Rubinsteina uspjeli su primijeniti formule u praksi i tako otvorili put pronalaženju vrijednosti opcija bilo koje vrste (Cox, Ross and Rubinstein, 1979). S obzirom da je problem bio numerički zahtjevan, morala su se koristiti računala. U isto vrijeme na tržištu su se pojavila prva stolna računala kojima se problem mogao efikasno rješavati. Time je započela revolucija na tržištu derivatima.

U vrlo kratko vrijeme nakon Black-Scholes-Mertonovog otkrića otvorene su prve organizirane burze za trgovanje opcijama. Nikada prije u povijesti tržišta kapitala, pa i same ekonomske znanosti općenito, jedan teorijski rad nije naišao na tako brzi odgovor poslovnih krugova. Trebalo je samo desetak godina da se posao, koji se prije otkrića odvijao po zabačenim mjestima Manhattna, pretvori u industriju vrijednu milijarde dolara. Zbog svog doprinosa razvoju teorije vrednovanja opcija Myron Scholes i Robert Merton dobili su 1997. godine Nobelovu nagradu za ekonomiju (Fischer Black umro je 1995. godine).

Oni koji su na vrijeme uvidjeli prednosti koje donosi trgovina opcijama uskoro su počeli zapošljavati kadar s visokom naobrazbom na Wall Streetu. Bili su to uglavnom fizičari i matematičari s doktoratom prestižnih sveučilišta koji su bili prijeko potrebni ne samo za efikasno rješavanje teških numeričkih problema, nego i za konceptualno shvaćanje složenih opcijskih ugovora. Iako se smatra da je prvi *quant* (*quantitative analyst*) ili *rocket scientist* na Wall Streetu bio Fischer Black koji je došao u investicijsku banku Goldman Sachs 1984. godine, nekoliko godina prije njega tamo se zaposlio David Weinberger, profesor na sveučilištu Yale i znanstvenik u Bellovim laboratorijima, a koji je tom prilikom morao proći cjelodnevne psihološke testove da dokaže kako nije lud.

Dva su osnovna razloga za upotrebu opcija: osiguranje od gubitaka, te spekulativno trgovanje. Osiguranje od gubitaka primjenjuju oni investitori koji se žele osigurati npr. od pada cijene dionica, nepovoljnog kretanja kamatnih stopa ili rizika promjene tečajeva među valutama. Ipak, najzanimljivije je promotriti kako se vrše spekulacije u cilju ostvarenja velikih zarada. Promotrimo jednu od klasičnih strategija koja se sastoji od prodaje *pokrivenih* kupovnih opcija. Ako investitor posjeduje neku količinu dionica i očekuje da cijena dionice neće bitno porasti, a usput želi zaraditi dodatni prihod u obliku premije od opcija na te dionice, onda on može prodati

kupovnu opciju. Njegov se portfelj sastoji od prodaje kupovne opcije za što dobiva premiju i dionica. Profit u trenutku izvršenja je prikazan na slici 8. U slučaju da je $S < E$ opcija se ne izvršava pa će investitor zaraditi premiju od prodaje opcije dok mu dionice ostaju. Ukoliko bude $S > E$, opcija će se izvršiti i investitor mora prodati dionicu po nepovoljnoj cijeni E . Napomenimo da bi u slučaju samog prodavanja kupovne opcije, a bez posjedovanja osnovnog instrumenta - dionice, investitor mogao pretrpjeti velike gubitke.



Slika 8: Profit strategije (podebljana puna linija) koja se sastoji od prodaje kupovne opcije (tanka puna linija) i dionica (isprekidana linija) u trenutku izvršenja opcije.

Na osnovu gornjih razmatranja možemo vidjeti da je trgovanje opcijama daleko složeniji posao od trgovanja osnovnim finansijskim instrumentima. Stoga su i mogućnosti zarade veće, a i mogućnost gubitaka. Iako se najveći gubici na tržištu događaju kada dođe do naglog pada vrijednosti dionica ili zbog promjene kamatnih stopa, ti gubici su raspršeni na mnogobrojne ulagače. S druge strane postoje tzv. *hedge* fondovi koji koriste spekulativne strategije koje uključuju opcije za ostvarivanje zarade. U slučaju da tvorci tih strategija pogriješe ili konceptualno (loša strategija) ili u proračunu vrijednosti opcija, gubici mogu biti vrlo veliki za fond pa čak i toliki da dođe do njegovog bankrota. Najpoznatiji primjer finansijske katastrofe je propast Long-Term Capital Management hedge fonda koji je nakon ruske krize koja je izbila u kolovozu 1998. godine pretrpio gubitak od gotovo 4,5 milijarde dolara u svega nekoliko tjedana. Da paradoks bude veći, glavni kreatori strategije fonda bili su upravo nobelovci Robert Merton i Myron Scholes.

4. Crna kutija

The business of financial management is selling black boxes and Prediction Company is blacker than most.

Eugene Fama

Promotrimo investitora koji u siječnju 1926. godine uloži \$1 u jednomjesečne američke trezorske zapise, jednu od najsigurnijih bezrizičnih vrijednosnica na svijetu. Nastavi li svaki mjesec reinvestirati kamatu, u prosincu 1996. godine imao bi \$14. U

istom razdoblju mogao je uložiti \$1 u dionice, npr. u indeks SP-500, a na kraju razdoblja zaradio bi \$1.370. Pretpostavimo da investitor svaki mjesec može predvidjeti koja će od dvije vrijednosnice, trezorski zapis ili indeks dionica, imati veću zaradu, te da iz mjeseca u mjesec ulaže u tu vrijednosnicu. Ova strategija sa savršenim predviđanjem na kraju razdoblja zaradit će \$2.303.981.824! Stoga nije teško zamisliti da i najmanja mogućnost predviđanja cijena vrijednosnica ima za nagradu velike dolarske iznose.

Doynes Farmer i Norman Packard sigurno su to imali na umu kada su se upustili u avanturu zvanu *Prediction Company*. Farmer i Packard su teorijski fizičari novoga kova. Njihov ulazak u teorijsku fiziku dogodio se istovremeno s pojavom prvih osobnih računala, čiju su korisnost odmah uočili. Farmer je nakon zapažene karijere napustio mjesto voditelja grupe za kompleksne sisteme u Los Alamosu, a Packard profesorsko mjesto na sveučilištu u Illinoisu. Njihov najpoznatiji rad govori o mogućnostima predviđanja niskodimenzionalnih determinističkih kaotičnih sustava, a uz teoriju kaosa bavili su se i istraživanjima kompleksnih sustava.

Sredinom sedamdesetih upuštaju se u prvi veliki izazov, a to je pobjeđivanje ruleta u Las Vegasu. Iskorištavajući znanja o gibanju klasičnih dinamičkih sistema i teorije kaosa, stvorili su model predviđanja kretanja kuglice ruleta. Primitivno računalo smjestili su u petu cipele, a upravljanje je vršeno pomoću tipaka smještenih kod nožnih palaca. Razvoj modela je trajao sve do početka osamdesetih, uz mnogobrojne izlete u kockarnice Las Vegasa, kada odlučuju prekinuti avanturu i posvetiti se znanstvenom radu.

Sredinom 1991. godine okupila se mala ekipa u Santa Fe-u u Novom Meksiku. Farmer i Packard te još nekoliko suradnika uložili su manju svotu novca u iznajmljivanje prostorija i kupovinu računala. Stvorena je firma *Prediction Company* s ciljem predviđanja cijena putem potpuno automatiziranog sistema. Farmer i ekipa krenuli su u pothvat želeći iskoristiti saznanja o predviđanjima kaotičnih sistema. Prvi modeli koje su dizajnirali bili su zasnovani na predviđanjima dnevnih cijena vrijednosnica. Za odabir najboljeg modela dizajnirali su posebnu vrstu algoritama. Analize koje su provodili pokazivale su zapanjujuće dobitke.

Stoga su u jesen 1991. godine Farmer i Packard intenzivno krenuli u potragu za investitorima. Nakon mukotrpnih i često uzaludnih pregovora investitor je napokon pronađen. Bila je to tvrtka *O'Connor & Associates* iz Chicaga koja je bila poznata kao jedan od najvećih igrača na tržištu opcija. Na samom početku trgovanja opcijama na čikaškoj burzi tvrtka je koristila napredne kvantitativne metode za proračun opcija ostvarujući izuzetno velike zarade. Za to su im bila potrebna tada najbolja računala, a o tajnosti čitavog pothvata najbolje govori činjenica da su ih prilikom dostave prepakiravali u druge kutije kako bi ih sakrili od konkurencije. Jedan od partnera u tvrtki bio je i David Weinberger. Tvrtku je ubrzo preuzela švicarska banka SBC.

Weinberger i suradnici uvidjeli su da *Prediction Company* možda posjeduje tehnologiju koja će im donijeti prednost nad ostalim igračima na Wall Streetu koju su uspijevali održati svih prethodnih godina. Ipak, procjenjivali su da vjerojatnost uspjeha *Prediction Company* nije velika jer su Farmer i ekipa podcijenili težinu problema. Weinberger je bio najveći optimista davajući im polovične šanse za uspjeh dok su najoprezniji bili gotovo pesimistični s procjenom za uspjeh od 1:5.

Sredinom 1992. godine Farmer i ekipa još nije spremna ići uživo sa sistemom koji se zasnivao na predviđanjima dnevnih cijena iako su već tada znali da su mnogi drugi igrači prešli na trgovanje u realnom vremenu. U listopadu iste godine njihov imaginarni portfelj prilikom testiranja modela ostvaruje dobitak za dobitkom. Sljedeći mjesec kreću u prvo ozbiljno trgovanje, ali se sistem ruši zbog buga u programu

odmah pri startu. Kada su otklonili poteškoće, sistem nastavlja s probnim radom u živo i ostvaruje gubitak od \$40.000. Poznato je da se svaku dobitnu strategiju može testirati jedino na povijesnim podacima o cijenama. Međutim, kada se one počnu primjenjivati u realnom trgovanju, mnoge od njih prestaju biti dobitne, štoviše, većina donosi gubitke.

Početkom 1993. shvaćaju da moraju napraviti značajne promjene, te zapošljavaju profesionalne programere i polako prelaze na modele trgovanja u realnom vremenu. U razgovorima s brokerima u Chicagu zaključuju da su ozbiljno podcijenili transakcijske troškove što ih je primoralo da koriste računalno mnogo intenzivnije strategije predviđanja. Stoga zapošljavaju i stručnjaka za neuronske mreže. Neuronske mreže su algoritmi kojima se imitira rad živčanih stanica, a služe za pronalaženje uzoraka u podacima i predviđanja. Sve do ljeta 1993. godine pokušavaju naći dobitne modele, ali im to ne polazi za rukom. Farmer i Packard ubrzo shvaćaju da se tržište ponaša kao da se neprekidno razvija i igra novu igru svaki dan. Očito da je dinamika tržišta nestacionarna, tj. da nisu u stanju vidjeti strukturu koja bi ukazivala na stabilan atraktor koji karakterizira mnoge deterministički kaotične sisteme. U kolovozu 1993. godine dolaze Weinberger i suradnici da sagledaju napredak Prediction Company. Dobitnog modela još nema, ali Weinberger sugerira da se uskoro krene u trgovanje, te da se usput otklanjaju greške. Do siječnja 1994. godine uspijevaju pronaći četiri dobitna modela zasnovanih na upotrebi neuronskih mreža i genetskih algoritama. Genetski algoritam je također dizajniran za pronalaženje uzoraka u podacima. On se sastoji od imitacije stvaranja novih vrsta u biologiji putem križanja i odabira, te preživljavanju samo najsposobnijih.

U ljeto 1994. godine Prediction Company napokon kreće u pravo trgovanje. Mjesečna zarada iznosi nekoliko stotina tisuća dolara. No, četiri godine od početka projekta tehnologija zarade se još nije potvrdila. Farmer i ekipa nastavljaju s istraživanjima i poboljšavaju modele. Usput dolazi do povećanja opsega trgovanja i proširenja na mnoga tržišta. Krajem 1995. godine na sastanku s ljudima iz SBC-a uviđaju da su stvorili tehnologiju koja ne mora poslužiti samo sa predviđanja nego i za automatizirano trgovanje te obradu podataka. Vrijednost programa kojeg su izradili i bez predviđanja bila bi dovoljna za danji opstanak tvrtke. No, odustaju od toga da postanu i servisna firma te se odlučuju koncentrirati isključivo na predviđanja. 6. ožujka 1996. godine Prediction Company ostvaruje svoj prvi milijun dolara zarade u jednom danu. U listopadu 1997. godine izbija azijska kriza koja uzrokuje velike padove na burzama u cijelom svijetu, a Prediction Company zarađuje prvi multimilijunski profit. Nedugo nakon toga SBC se udružuje s drugom švicarskom bankom UBS koja je pretrpjela velike gubitke na trgovanju izvedenicama (nova banka zadržava naziv UBS).

Za Prediction Company cilj je ostvaren, ali uz velike napore. Iako se zarada koju Prediction Company ostvaruje nikad nije javno objavila, komentari ljudi iz UBS-a govore da su zadovoljni s rezultatima. Nakon niza godina izbivanja sa znanstvene scene, Doyne Farmer napokon je objavio rad na temu nadmetanja raznih investicijskih strategija i njihovog utjecaja na dinamiku tržišta (Farmer, 1998). Usput je priznao da je pronalaženje dobitnih strategija vrlo neizvjestan i težak posao. Teorija kaosa ostavljena je po strani, a reference na koje se u radu pozivao uglavnom su rezultati istraživanja financijskih ekonomista.

5. Zaključak

When you propose a model of the physical world, you're pretending you can guess the structure God created. But when you propose a financial model, you're pretending you can guess another person's mind.

Emanuel Derman

Bez obzira na sva dugogodišnja nastojanja da se objasni dinamika tržišta kapitala, te pronadu dokazi za ili protiv teorije o njihovoj efikasnosti, čini se da ostaju nepremostive razlike između onih koji zastupaju suprotna stajališta. S jedne strane neki akademski krugovi i profesionalni investitori tvrde da je svaki pokušaj pobjeđivanja tržišta unaprijed osuđen na neuspjeh, te da se investitor s dugoročnim ciljem treba držati strategije *kupi i drži* na dobro diverzificiranom portfelju vrijednosnica. Njima u prilog ide činjenica da u prosjeku većina investicijskih fondova ostvaruje prinose jednake prinosu tržišta. Činjenica koje im ne ide u prilog je postojanje investitora, kao što je npr. Warren Buffett, koji već desetljećima uspijevaju pobjeđivati tržište. Objašnjenje da se radi o pukoj sreći nije posve uvjerljivo. S druge strane stoji mnogo onih, kako iz profesionalnih tako i akademskih krugova, koji tvrde da su tržišta neefikasna, te da se pažljivo smišljenom strategijom mogu ostvariti natprosječni prinosi. S obzirom da su detalji tih dobitnih strategija obavijeni tajnom teško je samo na osnovu prinosa, a bez detaljnog poznavanja strukture rizika kojim su portfelji investitora izloženi, reći da li se zaista radi o natprosječnim prinosima. Možda je Paul Samuelson doista u pravu kada je napisao da ima nekoliko genija koji mogu pobjeđivati tržište, no da je vrlo teško ili nemoguće unaprijed znati tko su oni. Eugene Fama je ustvrdio da ako ih nakon nekog vremena i prepoznamo, u narednom razdoblju polovina njih će izgubiti novac, a polovina zaraditi što znači da nema prediktivne vrijednosti u činjenici da ih poznajemo.

Pred fizičarima koji su se upustili u avanturu zvanu *Wall Street*, u nastojanju da pronadu zakonitosti tržišta kapitala i sagledaju univerzalnosti, stoji veliki izazov. Kako opisati ponašanje sustava čija se kompleksnost ne može uspoređivati sa fizikalnim modelima koje susrećemo u prirodi i da li taj zadatak uopće moguć? Kako pristupiti analizi vremenskih serija prinosa vrijednosnica kada su one inherentno nestacionarne u prosječnoj vrijednosti i volatilnosti što većinu dosadašnjih pokušaja da se njihova dinamika objasni putem niskodimenzionalnog kaosa svrstava u kategoriju *cargo-cult* znanosti. Napomenimo da je doprinos fizičara bio neizostavan u modeliranju financijskih izvedenica, te implementiranju efikasnih numeričkih metoda za pronalaženje rješenja. Uspješnost na tom planu najbolje svjedoče privatne kompanije osnovane od strane vrlo dobro poznatih osoba iz svijeta fizike.

Zahvaljujem se Tomislavu Kundiću i Draganu Šestoviću koji su omogućili da ovaj rad bude ostvaren.

Literatura

1. Black, F. and Scholes, M., 1973, The Pricing of Options and Corporate Liabilities, *Journal of Political Economy* 81, 637-659.
2. Bouchaud, J.-P. and Potters, M., 2000, *Theory of Financial Risk*, Cambridge University Press.
3. Campbell, J. Y., Lo, A. W. and MacKinlay, A. C., 1997, *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton University Press, Princeton.
4. Cox, J. C. and Ross, S. A., 1976, The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes, *Journal of Financial Economics* 3, 145-166.
5. Cox, J. C., Ross, S. A. and Rubinstein, M., 1979, Option Pricing: A Simplified Approach, *Journal of Financial Economics* 7, 229-263.
6. Elton, E. J. and Gruber, M. J., 1995, *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, 5th ed., John Wiley & Sons, New York.
7. Fama, E., 1965, The Behavior of Stock Market Prices, *Journal of Business* 38, 34-105.
8. Fama, E., 1970, Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work, *Journal of Finance* 25, 383-417.
9. Farmer, J. D., 1998, Market Force, Ecology and Evolution, preprint, e-Print arhiva, adap-org/9812005, <http://www.arxiv.org/abs/adap-org/9812005>.
10. Latković, M. i Boršić, D., 2000, Rizik nelikvidnosti aktivno i pasivno upravljanih dioničkih portfelja, *Računovodstvo i financije*, lipanj 2000, Zagreb.
11. Latković, M., 2001, Nesinhrono trgovanje i proračun beta koeficijenata, preprint, Zavod za teorijsku fiziku, Sveučilište u Zagrebu.
12. Merton, R. C., 1973, Theory of Rational Option Pricing, *Bell Journal of Economics and Management Sciences* 4, 141-183.
13. Mandelbrot, B. B., 1963, The Variation of Certain Speculative Prices, *Journal of Business* 36, 394-419.
14. Mandelbrot, B. B., 2000, A Multifractal Walk Down Wall Street, *Scientific American*, February.
15. Mantegna, R. N. and Stanley, H. E., 2000, *An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance*, Cambridge University Press, Cambridge.
16. Markowitz, H. M., 1952, Portfolio Selection, *Journal of Finance* 7, 77-91.
17. Michaud, R. O., 1998, *Efficient Asset Management*, Harvard Business School Press, Boston, Massachusetts.
18. Sharpe, W. F., 1964, Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk, *Journal of Finance* 19, 425-442.
19. Šestović, D. i Latković, M., 1998, Modeliranje volatilnosti vrijednosnica na Zagrebačkoj burzi, *Ekonomski pregled* 49, 292-303.